



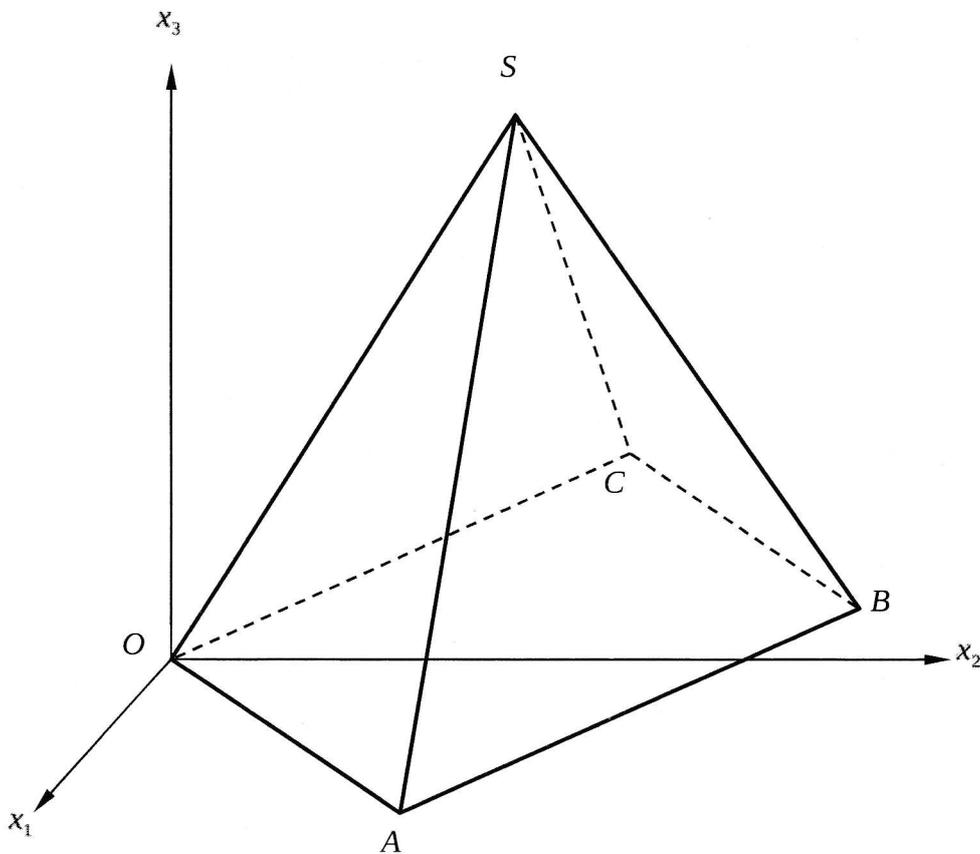
Name: _____

Abiturprüfung 2015

Mathematik, Leistungskurs

Aufgabenstellung

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $O(0|0|0)$, $A(6|8|0)$, $B(-2|14|0)$, $C(-8|6|0)$ und $S(-1|7|10)$ Eckpunkte der Pyramide $OABCS$, deren Grundfläche das Viereck $OABC$ ist (siehe *Abbildung*).



Abbildung



Name: _____

Im Folgenden darf verwendet werden, dass die Seitendreiecke der Pyramide zueinander kongruent sind.

- a) (1) Zeigen Sie, dass das Viereck $OABC$ ein Quadrat ist.
(2) Berechnen Sie die Oberfläche der Pyramide $OABCS$.

(5 + 5 Punkte)

- b) (1) Leiten Sie eine Parameter- und eine Koordinatengleichung der Ebene E her, die durch die Punkte B , C und $Q(3|4|10)$ festgelegt ist.

Diese Ebene gehört zu der durch $E_a: -4a \cdot x_1 + 3a \cdot x_2 + 25 \cdot x_3 = 50a$, $a \in \mathbb{R}$, gegebenen Ebenenschar. [Zur Kontrolle: $E = E_5$.]

- (2) Zeigen Sie, dass die Punkte B und C in jeder Ebene E_a liegen.
(3) Nennen Sie ohne Nachweis die verschiedenen Arten von Schnittgebilden, die beim Schnitt einer der Ebenen E_a mit der Pyramide $OABCS$ entstehen können.
(4) Für genau einen Wert von a ist das Schnittgebilde von Ebene und Pyramide ein Dreieck.
Bestimmen Sie den entsprechenden Wert von a .
(5) Die Ebene E zerlegt die Pyramide $OABCS$ in zwei Teilkörper. Sie können ohne Nachweis verwenden, dass das Schnittgebilde den Flächeninhalt $\frac{400}{9} \cdot \sqrt{2}$ [FE] besitzt.
Bestimmen Sie ein Verhältnis der Rauminhalte der beiden Teilkörper.

(5 + 3 + 4 + 3 + 8 Punkte)



Name: _____

c) Auf der Geraden AS gibt es genau einen Punkt P , so dass die Strecken \overline{OP} und \overline{BP} senkrecht zu AS sind.

(1) Bestimmen Sie die Koordinaten von P .

[Zur Kontrolle: $P = \left(\frac{11}{3} \mid \frac{23}{3} \mid \frac{10}{3} \right)$.]

(2) Begründen Sie, dass der Streckenzug \overline{OPB} ein kürzester Weg von O nach B über den Mantel der Pyramide (Mantel: Oberfläche ohne Grundfläche) ist, und berechnen Sie die Länge des Streckenzuges.

(3) Es gibt einen weiteren Streckenzug \overline{ONB} ($N \neq P$), der ein kürzester Weg von O nach B über den Mantel der Pyramide ist.

Begründen Sie diese Aussage und bestimmen Sie die Koordinaten von N .

(6 + 5 + 6 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung