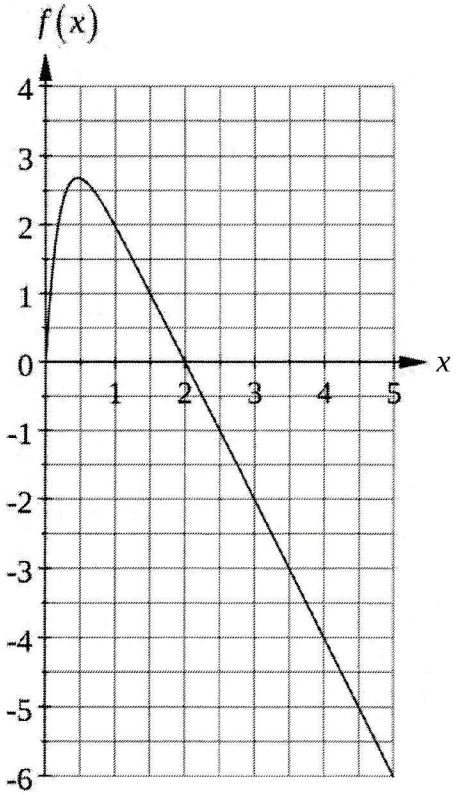
Name: _____

Abiturprüfung 2016

Mathematik, Grundkurs

Aufgabenstellung:

Die Funktion f ist gegeben durch die Gleichung $f(x) = 4 - 2x - 4 \cdot e^{-5x}$, $x \in \mathbb{R}$.



Abbildung

a) (1) *Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von f mit der y-Achse.*

(2) *Bestimmen Sie die lokale Maximalstelle x_E der Funktion f.*

[Zur Kontrolle: $f'(x) = -2 + 20 \cdot e^{-5x}$; $x_E = 0{,}2 \cdot \ln(10)$]

(2 + 9 Punkte)

Name: _____

b) (1) *Begründen Sie, dass die Ableitungsfunktion f' streng monoton fallend ist.*

(2) *Bestimmen Sie das Monotonieverhalten der Funktion f.*

(3) *Begründen Sie nun, dass die Funktion f höchstens zwei Nullstellen besitzt.*

(3 + 4 + 3 Punkte)

c) g sei die Gerade mit der Gleichung $g(x) = 4 - 2x$, $x \in \mathbb{R}$.

(1) *Zeichnen Sie die Gerade g in die Abbildung auf Seite 1 ein.*

(2) *Zeigen Sie:*
Für alle $x \in \mathbb{R}$ verläuft der Graph der Funktion f unterhalb der Geraden g.

(3) *Begründen Sie mit Hilfe von c) (2):*
Wenn x_0 eine Nullstelle der Funktion f ist, dann gilt $x_0 < 2$.

(4) Zwischen der Geraden g und dem Graphen der Funktion f ist im Intervall $[0; 1]$ eine Fläche eingeschlossen.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche.

(2 + 3 + 4 + 5 Punkte)

Name: _____

d) Im Rahmen eines schulischen Projekts untersucht ein Schüler, wie stark ein Ball aus Styropor beim Wurf von der Luft abgebremst wird.
Dazu lehnt er sich aus einem Fenster der Schule und wirft den Ball senkrecht nach oben. Dabei zeichnet eine Kamera die Bewegung des Balles auf, bis dieser unten auf den Boden trifft. Er stellt fest, dass die Bewegung des Balles für $0 \le x \le 5$ durch die oben gegebene Funktion f modelliert werden kann. Dabei wird x als Maßzahl der **Zeit** zur Einheit 1 s und $f(x)$ als Maßzahl der **Höhe** des Balles zur Einheit 1 m aufgefasst.

Die Höhe des Balles bezieht sich auf die Abwurfhöhe $f(0) = 0$ [m] zur Zeit $x = 0$ [s].

(1) Nach 5 s trifft der Ball auf den Boden.

Berechnen Sie, in welcher Höhe über dem Boden der Ball abgeworfen wurde.

(2) *Bestimmen Sie die maximale Höhe des Balles über dem Boden.*

(3) *Begründen Sie durch den Sachzusammenhang, dass die Funktion f im Zeitintervall $[0;5]$ genau zwei Nullstellen besitzt.*

Geben Sie diese Nullstellen auf zwei Nachkommastellen genau an.

(4) *Berechnen Sie das Maximum und das Minimum der Funktion f' im Zeitintervall $[0;5]$ und interpretieren Sie Ihre Ergebnisse im Sachzusammenhang.*

(2 + 3 + 5 + 5 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung