



Name: \_\_\_\_\_

## Abiturprüfung 2015

### Physik, Leistungskurs

---

#### Aufgabenstellung:

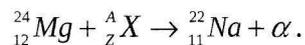
#### Aufgabe: Radioaktivität von Natrium-22

Natrium-22 ( $^{22}\text{Na}$ ) ist ein radioaktives Isotop des Elements Natrium, das auf künstlichem Wege erzeugt werden kann und hauptsächlich im medizinischen Bereich eingesetzt wird.

#### Teilaufgabe 1: Die Herstellung des Isotops $^{22}\text{Na}$

Zur Herstellung des Isotops  $^{22}_{11}\text{Na}$  beschießt man  $^{24}_{12}\text{Mg}$  mit bestimmten in einem Beschleuniger zuvor beschleunigten Teilchen. Bei dem ablaufenden Umwandlungsprozess stellt man fest, dass Alpha-Teilchen (das sind  $^4_2\text{He}$ -Kerne) freigesetzt werden.

Bestimmen Sie das unbekannte Nuklid  $^A_Z\text{X}$  in der zugehörigen Kernumwandlungsgleichung



(6 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

### Teilaufgabe 2: Der Zerfall des $^{22}\text{Na}$

Abbildung 1 zeigt das Energiestufenschema (Termschema) des radioaktiven Isotops  $^{22}\text{Na}$ .

Das Zerfallsprodukt des  $^{22}\text{Na}$  ist das stabile Neon-Isotop  $^{22}\text{Ne}$ .

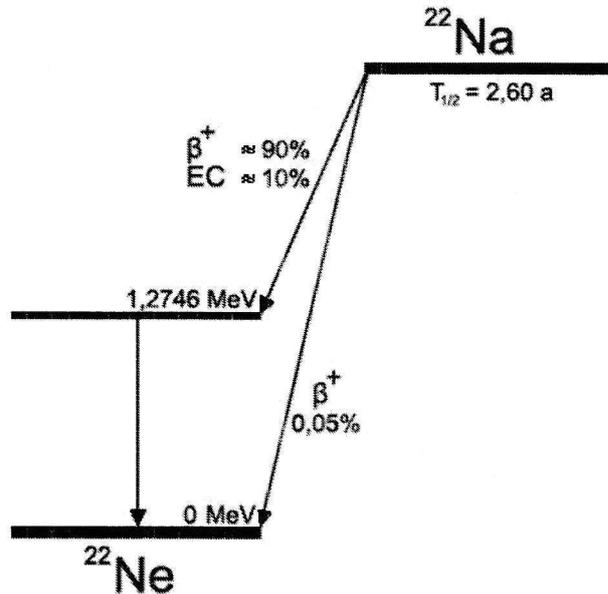


Abbildung 1: Energiestufenschema des Natrium-22  
(Hinweis: EC: electron capture (Elektroneneinfang), siehe Teilaufgabe 6)

- Beschreiben Sie den Zerfall des  $^{22}\text{Na}$  mit Hilfe des angegebenen Energiestufenschemas.
- Wie in Abbildung 1 zu sehen, tritt beim  $\beta^+$ -Zerfall des  $^{22}\text{Na}$  in  $^{22}\text{Ne}$  ein Positron  $e^+$  auf.  
Geben Sie an, welche Umwandlung im Kern des  $^{22}\text{Na}$  beim Aussenden des Positrons stattfindet.
- Stellen Sie die Kernumwandlungsgleichung für den  $\beta^+$ -Zerfall des  $^{22}\text{Na}$  in sein stabiles Folgeprodukt  $^{22}\text{Ne}$  auf.

(13 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

### Teilaufgabe 3: Energiebetrachtungen für den Zerfall des $^{22}\text{Na}$

Der Kern des  $^{22}\text{Na}$  hat die relative Kernmasse  $m_{\text{Na}} = 21,9884 \text{ u}$ , der Kern des Folgeprodukts  $^{22}\text{Ne}$  hat die relative Kernmasse  $m_{\text{Ne}} = 21,9859 \text{ u}$ ; dabei ist  $u$  die atomare Masseneinheit mit dem Wert  $u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ .

a) Berechnen Sie die durch den Massendefekt frei werdende Energie  $\Delta E$  in der Einheit MeV.  
[Zur Kontrolle:  $\Delta E \approx 2,3 \text{ MeV}$ ]

b) In Abbildung 1 kann man erkennen, dass der Kern des Folgeprodukts  $^{22}\text{Ne}$  praktisch ausnahmslos zunächst im angeregten Zustand vorliegt und unter Aussendung eines Gamma-Quants mit der Energie von  $E_{\gamma} = 1,275 \text{ MeV}$  in seinen Grundzustand übergeht. Berechnen Sie in diesem Fall die für das Positron zur Verfügung stehende maximale kinetische Energie  $\Delta E_{\text{kin max}}$ .

[Zur Kontrolle:  $E_{\text{kin max}} \approx 0,5 \text{ MeV}$ ]

c) Bei sehr genauen Messungen zeigt sich, dass der in Teilaufgabe b) angesprochene maximale Wert der kinetischen Energie  $\Delta E_{\text{kin max}}$  des Positrons nicht ganz erreicht wird. Geben Sie einen möglichen Grund für diese Tatsache an.

d) Die Geschwindigkeit  $v_{\text{max}}$  der Positronen mit maximal möglicher kinetischer Energie

muss berechnet werden gemäß der Gleichung  $v_{\text{max}} = \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 \cdot c^2}{E_{\text{kin max}} + m_0 \cdot c^2} \right)^2} \cdot c$ .

• Berechnen Sie  $v_{\text{max}}$ .

[Zur Kontrolle:  $v_{\text{max}} \approx 2,6 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ]

• Berechnen Sie (mittels der klassischen Gleichung für die kinetische Energie

$E_{\text{kin max}} = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_{\text{max klassisch}}^2$ ) die Geschwindigkeit  $v_{\text{max klassisch}}$  der Positronen mit maximal möglicher kinetischer Energie.

• Vergleichen Sie das Ergebnis für  $v_{\text{max klassisch}}$  mit dem für  $v_{\text{max}}$  unter Einbeziehung der

Lichtgeschwindigkeit  $c = 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . (19 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

#### Teilaufgabe 4: Das Positron des $^{22}\text{Na}$

Das vom  $^{22}\text{Na}$  ausgesandte Positron wird ähnlich wie die Elektronen aus einem  $\beta^-$ -Zerfall in Materie zunächst abgebremst. Erst wenn es praktisch ganz abgebremst wurde, zerstrahlt (annihiliert) es mit einem in seiner Umgebung vorkommenden Elektron.

- Berechnen Sie anhand der Massen von Positron und Elektron ( $m_{e^-} = m_{e^+} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ) die Gesamtenergie der beiden bei der Annihilation entstehenden Gamma-Quanten in der Einheit MeV.
- Begründen Sie, warum bei der Annihilation von Positron und Elektron nicht ein einzelnes Gamma-Quant entstehen kann.
- Abbildung 2 zeigt das Gamma-Spektrum des  $^{22}\text{Na}$ .

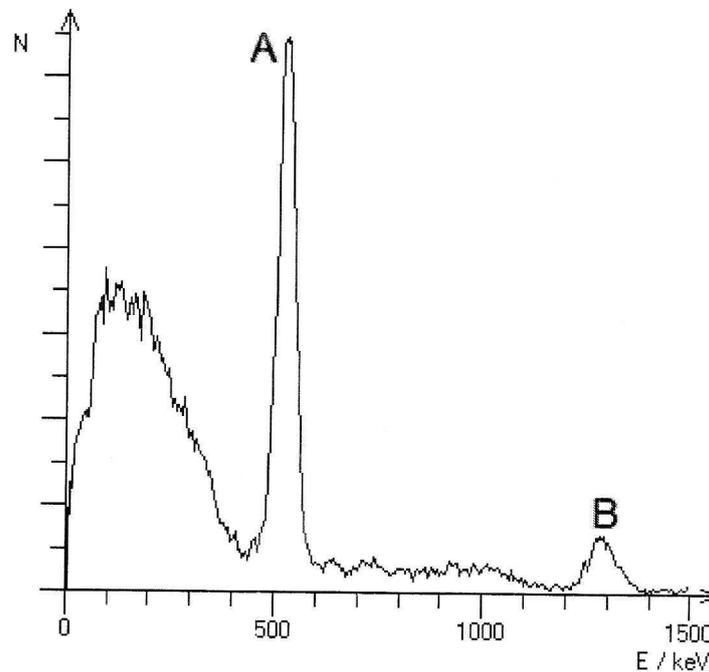


Abbildung 2: Gamma-Spektrum des Natrium-22

Geben Sie anhand des Diagramms die zu den beiden Peaks bei A und B gehörenden Energien  $E_{\gamma A}$  und  $E_{\gamma B}$  an und erläutern Sie deren Ursache.

(11 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

### Teilaufgabe 5: „Positronium“

In Laboren gelingt es, dass vor der Zerstrahlung das Positron zusammen mit einem Elektron einen dem Wasserstoffatom stark ähnelnden kurzlebigen Zustand bildet, das sogenannte Positronium.

a) Für die möglichen Energieniveaus des Elektrons in einem Wasserstoffatom gilt

$$E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \frac{1}{n^2} \quad (\text{mit } n = 1, 2, 3 \dots). \text{ Wenn man das Massenverhältnis von Elektron}$$

( $m_{e^-} = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ) und Proton ( $m_p = 1,673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) berücksichtigt, lautet die

Gleichung genauer 
$$E_n = -13,6 \text{ eV} \cdot \left( \frac{m_p}{m_p + m_e} \right) \cdot \frac{1}{n^2}.$$

*Diskutieren Sie den Einfluss des ergänzten Faktors  $\left( \frac{m_p}{m_p + m_e} \right)$  hinsichtlich der Werte für die Energieniveaus des Elektrons in einem Wasserstoffatom.*

b) Im Positronium haben die beiden beteiligten Teilchen  $e^+$  und  $e^-$  die gleiche Masse:

$m_{e^-} = m_{e^+}$ . Der in Teilaufgabe a) für das Wasserstoffatom angegebene Korrekturterm

lautet also für das Positronium: 
$$\left( \frac{m_{e^+}}{m_{e^+} + m_{e^-}} \right) \text{ bzw. } \left( \frac{m_{e^-}}{m_{e^+} + m_{e^-}} \right).$$

*Vergleichen Sie die sich ergebenden Energieniveaus für das Positronium mit denen für das Wasserstoffatom.*

(8 Punkte)



Name: \_\_\_\_\_

### Teilaufgabe 6: Umwandlung des $^{22}\text{Na}$ durch Elektroneneinfang

Man beobachtet den Prozess, dass der Kern eines  $^{22}\text{Na}$ -Atoms ein Elektron vornehmlich aus einer inneren Schale (häufig aus der innersten Schale) seiner Hülle „einfängt“. Beim Elektroneneinfang (electron capture, vgl. Abbildung 1) entsteht zunächst der gleiche angeregte Kern wie der, der sich durch Aussendung eines Positrons ergibt, d. h., dieser Kern geht durch Aussendung von  $\gamma$ -Strahlung mit  $E_\gamma = 1,2746 \text{ MeV}$  in seinen Grundzustand über.

Neben dieser  $\gamma$ -Strahlung beobachtet man beim Einfang zusätzlich Röntgenstrahlung im Energiebereich von wenigen keV.

- a) • Beschreiben Sie den Vorgang beim Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern des  $^{22}\text{Na}$ -Atoms.
- Geben Sie die vollständige Umwandlungsgleichung für die daran beteiligten Teilchen an.
- b) • Beschreiben Sie die den Einfang eines Hüllen-Elektrons im Atomkern begleitenden Vorgänge in der Atomhülle.
- Erläutern Sie, auf welche Weise hierbei Röntgenstrahlung entsteht.

(8 Punkte)

### Zugelassene Hilfsmittel:

- Physikalische Formelsammlung
- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit, auch mit CAS-Funktionalität)
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung