6. Modelllösungen

Die jeweilige Modelllösung stellt eine mögliche Lösung bzw. Lösungsskizze dar. Der gewählte Lösungsansatz und -weg der Schülerinnen und Schüler muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden mit entsprechender Punktzahl bewertet (Bewertungsbogen: Zeile „Sachlich richtige Lösungsalternative zur Modelllösung").

Sollte die Auswertung der Messdaten mit Hilfe eines grafikfähigen TR oder CAS erfolgen, so muss der Prüfling die entstandenen Graphen für die korrigierende Lehrkraft skizzenhaft in seiner Reinschrift dokumentieren.

Teilaufgabe 1

a) Die Tatsache, dass fast alle α-Teilchen die Goldfolie unabgelenkt passieren, deutet darauf hin, dass das Atom überwiegend aus Leerraum besteht. Die rückgestreuten α-Teilchen müssen ein Objekt getroffen haben, das eine hohe Masse besitzt. Da Rückstreuungen nur sehr selten auftreten, muss es sehr klein im Vergleich zu den Abmessungen des Atoms sein. Dieses Gebilde bezeichnet Rutherford als den „Kern des Atoms".

b) Das Modell kann nicht statisch sein: Ein negativ geladenes Elektron würde unweigerlich auf den positiv geladenen Kern stürzen. Wenn jedoch die elektrische Anziehungskraft als Zentripetalkraft für eine Kreisbewegung dient, ist das Modell stabil.

c) Hier sind alle physikalisch plausiblen Beispiele zu akzeptieren, z. B.:

- Widerspruch zur klassischen Elektrodynamik: Das kreisende Elektron ist eine beschleunigte Ladung und müsste Energie abstrahlen.
- Ein Wasserstoffatom wäre zweidimensional.
- Das Modell lässt beliebige Bahnen zu, daher keine Erklärung von Linienspektren.
- usw.

d) Die elektrische Anziehung wird hier durch das Coulomb'sche Kraftgesetz (mit $Q_1 = Q_2 = e$) beschrieben, wobei die Coulomb-Kraft als Zentripetalkraft der Kreisbewegung wirkt.

Damit ergibt sich: $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r^2} = \frac{m_e \cdot v^2}{r}$. Umgestellt nach r erhält man die gesuchte Beziehung $r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e \cdot v^2}$.

e) Rechnung:

$$v=\sqrt{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{e^2}{m_e\cdot r}}=\sqrt{\frac{1}{4\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V\cdot m}}}\cdot\frac{(1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{9{,}109\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot 5{,}29\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}}}=2{,}19\cdot 10^{6}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

f) Ansatz: $E_{kin} = E_{pot}$; umgestellt nach r ergibt sich:

$$r=\frac{2\cdot 79\cdot(1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}{4\pi\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V\cdot m}}\cdot 5{,}30\ \mathrm{MeV}\cdot 1{,}602\cdot 10^{-13}\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{MeV}}}=4{,}29\cdot 10^{-14}\,\mathrm{m}.$$

Für den Kernradius gilt: $r_K = 1{,}3\cdot 10^{-15}\ \mathrm{m}\cdot\sqrt[3]{197}=7{,}6\cdot 10^{-15}\,\mathrm{m}$, d. h., das α-Teilchen erreicht den Kern nicht.

Teilaufgabe 2

a) 1. Postulat: Im Atom sind nur bestimmte Bahnen zulässig, auf denen sich das Elektron strahlungsfrei bewegen kann.

2. Postulat: Beim Übergang von einer energiereicheren auf eine energieärmere Bahn wird die Energiedifferenz in Form von Strahlung abgegeben. Beim umgekehrten Vorgang muss derselbe Energiebetrag zugeführt werden.

b) Umgestellt nach v ergibt sich: $v=\dfrac{n\cdot h}{2\pi\cdot r_n\cdot m_e}$. Setzt man dies in die Bedingung für den Bahnradius $r=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{e^2}{m_e\cdot v^2}$ aus Teilaufgabe 1d) ein, so erhält man die gesuchte Beziehung $r_n=\dfrac{h^2\cdot\varepsilon_0}{\pi\cdot m_e\cdot e^2}\cdot n^2$.

Rechnung für $n = 1$: $r_1=\dfrac{(6{,}626\cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\cdot s})^2\cdot 8{,}854\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V\cdot m}}}{\pi\cdot 9{,}109\cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}\cdot(1{,}602\cdot 10^{-19}\,\mathrm{C})^2}=5{,}293\cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}$

Teilaufgabe 3

Die kinetische Energie der Elektronen nimmt im Gegenfeld ab und somit auch die Energie, die durch Stoß auf Elektronen der Argonatome übertragen werden kann. Im unteren Bereich und im Mittelteil der Bahn können diese zwei energetisch unterschiedliche Anregungszustände erreichen. Die anschließende Energieabgabe ergibt im unteren Teil der Bahn energiereiches violettes Licht, im Mittelteil energieärmeres rotes Licht. Im Scheitel der Bahn reicht die Elektronenenergie entweder für anregende Stöße nicht mehr aus oder die Energiedifferenz ist so klein, dass die Lichtemission im nicht sichtbaren IR-Bereich stattfindet.

Teilaufgabe 4

a) Zwischen Glühkathode und Gitter werden die Elektronen durch eine variable Beschleunigungsspannung U_B beschleunigt. Danach gelangen sie in ein Gegenfeld mit der festen Gegenspannung U_G. Elektronen, die dieses Gegenfeld überwinden, fließen an der Anode ab, der entsprechende Anodenstrom I_A kann gemessen werden.

b) Die Maxima liegen bei ca. 18/37/56 V.
Ein messbarer Strom I_A kann erst dann auftreten, wenn die Beschleunigungsspannung U_B größer als die Gegenspannung U_G ist. Diese beträgt hier etwa 10 V.
Haben die Elektronen in der Röhre eine entsprechende Beschleunigungsspannung durchlaufen, können sie unmittelbar vor dem Gitter durch Stoß Elektronen der Neonatome anregen. Dabei verlieren sie jedoch ihre kinetische Energie und können das Gegenfeld nicht mehr überwinden: Der Strom I_A beginnt erstmalig zu sinken. Da dies nach etwa 18 V geschieht, deutet das auf eine Elektronenanregung der Neonatome in das Energieniveau E_2 hin. (Hinweis: Eine direkte Anregung in das E_1-Niveau (vgl. Abbildung 8 im Aufgabentext) besitzt nur eine geringe Übergangswahrscheinlichkeit und wird daher hier nicht beobachtet.) Bei den ablesbaren Spannungsvielfachen haben sich zwei bzw. drei solcher Stoßzonen zwischen Kathode und Gitter ausgebildet.

c) In den drei Stoßzonen werden nacheinander Elektronen des Neonatoms in den Energiezustand E_2 angeregt. Diese können ihre Energie als Licht abgeben. Rechnerisch ergibt sich für $\Delta E = E_2 - E_1 = 1{,}9\,\text{eV} = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ eine Wellenlänge von $\lambda = 653$ nm; diese entspricht rotem Licht. Die Übergänge $E_2 \rightarrow E_0$ bzw. $E_1 \rightarrow E_0$ führen hingegen zu einer Emission im UV-Bereich mit $\lambda = 67$ bzw. 75 nm.